**الإمتحان التجريبي الأول محلول: شعبة العلوم التجريبية**

**التمرين الأول: ( 04 نقاط)**

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  المعادلة ذات المجهول المركب  التالية : 
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر النقط لواحقها على الترتيب  و .

أ) بين أن : .

1. عين طبيعة المثلث .

عين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث .أرسم .

أ) عين الطبيعة والعناصر الهندسية للمجموعة  مجموعة النقط  من المستوي ذات اللاحقة  و التي تحقق .

1. تحقق أن النقطتين  و تنتميان إلى .

ليكن  الدوران الذي مركزه النقطة  وزاويته .

1. عين صورة النقطة  بالدوران  .
2. عين  لاحقة النقطة  صورة النقطة  بالدوران  ثم استنتج طبيعة الرباعي .
3. عين صورة المجموعة  بالدوران .

**التمرين الثاني :( 05نقاط )**

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  نعتبر النقط 

 و الشعاع .

بيَن أنَ  معادلة للمستوي .

أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  المار من النقطة  والموازي للشعاع .

ليكن  المستوي ذي المعادلة .

1. بين المستويين  و  يتقاطعان وفق المستقيم  المعرف بالتمثيل الوسيطي : 
2. أثبت أن  و  ليسا من نفس المستوي .

تعطى النقطتان  و . تحقق أن النقطة  تنتمي إلى  و أن  تنتمي إلى .

لتكن  مجموعة النقط  من الفضاء حيث ،  حيث .

1. جد بدلالة  معادلة ديكارتية للمجموعة  و استنتج أنَ  مستو يطلب تعيين شعاع ناظمي له .
2. عين قيمة  حتى يكون المستوي المحوري للقطعة .

**التمرين الثالث ( 04 نقاط)**

 المعرفة على المجموعة  بـ :  ومن أجل كل عدد طبيعي ، 

1. أحسب .
2. ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  ، .
3. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي ،  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية .
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي : .
5. برهن أن المتتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
6. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي ،  ثم أحسب .
7. نضع :  و 
   * + - * أحسب بدلالة  المجموع  ثم أحسب .

**التمرين الرابع ( 07 نقاط)**

1. نعتبر الدالة العددية  المعرفة على المجموعة  بـ : .
2. أدرس تغيرات الدالة  .
3. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي ، .
4. نعتبر الدالة العددية  المعرفة على المجموعة  بـ : .

نسمي  المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس .

1. أحسب  و .
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي ،  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  وشكل جدول تغيراتها .
3. أحسب  ثم فسَر النتيجة هندسيا .
4. أدرس الوضعية النسبية للمنحني  بالنسبة الى المستقيم ذي المعادلة .
5. أ) بين أن  نقطة انعطاف للمنحني .
6. بين ان المنحني يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها  حيث .
7. بين المنحني يقبل مماسا  يوازي المستقيم  يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .
8. أحسب f(-1) ثم أرسم ، و .
9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي التالية : .
10. نعتبر الدالة العددية  المعرفة على المجموعة بـ : 

بين أن الدالة  دالة أصلية للدالة  على  والتي تنعدم من أجل القيمة  للمتغير .

**الإمتحان التجريبي الثاني محلول : شعبة العلوم التجريبية**

**التمرين الأول ( 05 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس نعتبر النقط و  و المستوي 

1. برهن أن المثلث قائم .
2. برهن أن المستوي  عمودي على المستقيم ويمر من النقطة .
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي  المستوي العمودي علىو المار من النقطة .
4. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم مستقيم تقاطع كلا من المستويين و .
5. أ) نعتبر النقطة . بين أن المستقيم عمودي على المستوي .
6. أحسب حجم رباعي الوجوه .
7. بين أنَ قيس الزاوية  هو .
8. أحسب مساحة المثلث  ثم استنتج المسافة بين النقطة  و المستوي .

**التمرين الثاني :( 04 نقاط)**

نعتبر العددين المركبين  و  حيث ،  و .

أكتب العددين  و  على الشكل الأسي .

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر  نعتبر النقط  و  التي لواحقها

 ،  و  على الترتيب .

1. برهن أن المثلث قائم ومتساوي الساقين .
2. استنتج أن الرباعي  مربع .

أ) بين أن :  و أن .

1. عين القيمتين المضبوطتين لكل من  و  .
2. أحسب  .
3. عين قيم العدد الطبيعي  بحيث يكون العدد  حقيقيا .

**التمرين الثالث :( 04 نقاط)**

نعتبر المتتالية العددية  المعرفة بـ :  ومن أجل كل عدد طبيعي ، 

1. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي ، .
2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  ، 
3. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي، ثم بين أن المتتالية متزايدة .
4. هل  متقاربة ؟ عين نهايتها .
5. نضع من أجل كل عدد طبيعي  : 
6. أثبت أن المتتالية  هندسية أساسها  .
7. أحسب عبارة  بدلالة  ثم استنتج أن .
8. أحسب .

**التمرين الرابع :( 07 نقاط)**

* **الجزء الأول :**

نعتبر الدالة العددية  المعرفة على المجال بما يلي : .

1. أدرس تغيرات الدالة .
2. استنتج إشارة  عندما يتغير  في المجال .

* **الجزء الثاني :**

نعتبر الدالة العددية  المعرفة على المجال بما يلي : 

نسمي المنحني الممثل للدالة  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس .

1. أ) أحسب  و 
2. بين أنَه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما ،  .
3. استنتج اتجاه تغير الدالة  وشكل جدول تغيراتها
4. أ) بين أن المستقيم ذي المعادلة  مقارب مائل للمنحني  عند .
5. أدرس الوضع النسبي للمنحني بالنسبة الى المستقيم  .
6. بيَن أن المعادلة  تقبل حلا وحيدا  حيث ، .
7. بين أن المنحني  يقبل مماسا يوازي المستقيم  يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .
8. أرسم ،  و .

3ـ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي التالية : .

**الإمتحان التجريبي الثالث محلول : شعبة الرياضيات**

**التمرين الأول: ( 04 نقاط)**

 عدد طبيعي غير معدوم يكتب  في نظام التعداد ذي الأساس  ويكتب  في نظام التعداد ذي الأساس.

1. بين أنَ يحقق : .
2. بين أن العدد  قاسم للعدد .
3. فيما يلي نفرض أنَ : .
4. بين أن، .
5. استنتج أن العدد قاسم للعدد  ثم استنتج كلا من  و  .
6. أكتب العدد  في نظام التعداد ذي الأساس.

**التمرين الثاني :( 04 نقاط )**

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر  نعتبر النقط  و التي لواحقها على الترتيب ،  ،  و .

من أجل كل عدد مركب  حيث  نضع : 

حيث  صورة العدد المركب  و  صورة العدد  .

1. أ) تحقق من أن :  .

ب) بين أنه إذا كانت النقطة  تنتمي إلى محور القطعة  فان النقطة  تنتمي إلى دائرة  يطلب تعيين عناصرها .

ج) عين طبيعة مجموعة النقط  من المستوي بحيث يكون  تخيلا صرفا.

1. أ) تحقق من أنَ : .

ب) استنتج أنَ : وان .

ج) بين أنَه إذا كانت النقطة  تنتمي إلى الدائرة ذات المركز ونصف القطر فان النقطة  تنتمي إلى مجموعة يطلب تعيينها .

1. لتكن النقطة  ذات اللاحقة  .
2. بين أن النقطة تنتمي إلى ثم بين أن  .
3. باستعمال نتائج السؤال 2) أنشئ النقطة المرفقة بالنقطة .

**التمرين الثالث ( 05 نقاط)**

نعتبر المتتالية العددية  المعرفة بـ :  ومن أجل كل عدد طبيعي ، 

1. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي ، .
2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  ، 
3. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي، ثم بين أن المتتالية متزايدة
4. هل  متقاربة ؟ عين نهايتها .
5. نضع من أجل كل عدد طبيعي  : 
6. أثبت أن المتتالية  هندسية أساسها  .
7. أحسب عبارة  بدلالة  ثم استنتج أن  ثم أحسب .

**التمرين الرابع : ( 07 نقاط )**

1. نعتبر الدالة العددية  المعرفة على المجموعة  بـ : 

وليكن تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس .

1. أحسب  وفسر النتيجة هندسيا ثم أحسب  .
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي ، . ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  وشكل جدول تغيراتها
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي ، .
4. أ) أحسب  ثم فسر النتيجة هندسيا .
5. أرسم  و .
6. استنتج اشارة عندما يتغير  في المجموعة .
7.  الدالة العددية المعرفة على المجموعة  بـ : 
8. برهن أن  ثم أحسب .
9. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي ،  ثمَ استنتج اتجاه تغير الدالة  وشكل جدول تغيراتها
10. تحقق أنَه من أجل كل عدد حقيقي ثم أحسب : .
11. أحسب 

**الإمتحان التجريبي الرابع محلول :شعبة الرياضيات**

**التمرين الأول ( 04 نقاط )**

 عدد حقيقي موجب تماما و  عدد حقيقي حيث .

نعتبر الأعداد المركبة :  ،  و .

1. أكتب كلا من الأعداد  و  على الشكل المثلثي .
2. أ) عين العددين الحقيقيين  و بحيث يكون : .

ب) عيَِِن عندئذ قيم العدد الطبيعي  بحيث يكون العدد  حقيقيا .

1. نفرض  و .

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر نعتبر النقط  و التي لواحقها :  و على الترتيب .

1. عين  لاحقة النقطة  مرجح الجملة المثقلة .
2. عيَن طبيعة مجموعة النقط  من المستوي حيث ، 

**التمرين الثاني :( 04 نقاط)**

* نعتبر في المجموعة  المعادلة : 

1. أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية حلا للمعادلة  فإن  مضاعف للعدد 3.

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة  ثم حل في  المعادلة .

1. استنتج حلول الجملة : 
2.  و  عددان طبيعيان حيث :

في النظام ذو الأساس 3 و في النظام ذو الأساس 5.

* عين  و  حتى تكون الثنائية  حلا للمعادلة  .

**التمرين الثالث ( 04 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس نعتبر النقط و  و المستوي 

1. برهن أن المثلث قائم .
2. برهن أن المستوي  عمودي على المستقيم ويمر من النقطة .
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي  المستوي العمودي علىو المار من النقطة .
4. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم مستقيم تقاطع كلا من المستويين و .
5. أ) نعتبر النقطة . بين أن المستقيم عمودي على المستوي .
6. أحسب حجم رباعي الوجوه .
7. بين أنَ قيس الزاوية  هو .
8. أحسب مساحة المثلث  ثم استنتج المسافة بين النقطة  و المستوي 

**التمرين الرابع :( 08 نقاط)**

1. نعتبر الدالة العددية  المعرفة على المجموعة بـ : 

نسمي المنحني الممثل للدالة  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس .

1. أ) أحسب  وبيَن أنَ : 
2. بين أنَه من أجل كل عدد حقيقي  ، 
3. استنتج اتجاه تغير الدالة  وشكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المستقيم ذي المعادلة  مقارب مائل للمنحني عندثم أدرس الوضع النسبي للمنحني بالنسبة إلى .
5. بيَن أن المعادلة  تقبل حلا وحيدا  حيث ، .
6. أكتب معادلة ديكارتية للمماس  للمنحني  عند النقطة ذات الفاصلة .
7. بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي ،  ثم استنتج أنَ  يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .
8. أحسب ثم أرسم ،  و .
9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقيالتالية : 
10. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم ، .
11. أ) بيَن أنَ الدالة  المعرفة على بـ : هي دالة أصلية للدالة .
12. أحسب .
13. أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنَ :  لكل عدد طبيعي غير معدوم .
14. أحسب .
15. أحسب بـ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  و المستقيم والمستقيمين الذين معادلتيهما : و .

**تصحيح الإمتحان التجريبي الأول الشعبة : علوم تجريبية**

|  |  |
| --- | --- |
| التصحيح | العلامة |
| التمرين الأول | 04 نقاط |
| 1. **حل المعادلة :**   يكافئ  أو   * معناه |  |
| * حل المعادلة * حساب المميز :   نضع   * المعادلة  تقبل حلين مركبين متمايزين هما :   ،   * مجموعة حلول المعادلة هي |  |
| 1. لدينا :  و 2. **أ) تبيان أنَ :**  * لدينا : * ومنه * أي  لانَ : |  |
| **ب) تعيين طبيعة المثلث :**   * لدينا :  ومنه  أي * ولدينا :  أي  ومنه  مثلث متقايس الأضلاع |  |
| **ج) تعيين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث :**   * لدينا :   و   * وبالتالي :  أي النقط  و  تنتمي إلى دائرة  مركزها ونصف قطرها |  |
| 1. **أ) تعيين طبيعة مجموعة النقط  من المستوي التي تحقق:**   معناه  ومنه  وبالتالي :  أي أنَ  هي دائرة مركزها النقطة  ونصف قطرها . |  |
| **ب) التحقق من أنَ  و  تنتميان إلى :**  - لدينا :  - ولدينا :  وبالتالي  و  تنتميان إلى . |  |
| 1. لدينا  دوران مركزه النقطة  وزاويته . 2. **تعيين صورة النقطة  بالدوران :**  * لدينا :  معناه * ولدينا :  أي * ولدينا كذلك :   أي   * إذن :   أي  ومنه |  |
| 1. **تعيين  لاحقة النقطة  صورة النقطة  بالدوران :**     أي |  |
| * **استنتاج طبيعة الرباعي** :   الرباعي  معين لأنَ :   * متوازي أضلاع لأن :  و   أي   * ولدينا :  لأن  و |  |
| ج) **صورة  بالدوران  :**  هي  لأنَ  و |  |
| التمرين الثاني | 05 نقاط |
| و   1. **تبيان أنَ معادلة للمستوي :**   نعوض بإحداثيات النقط  في المعادلة السابقة نجد :  ومنه  معادلة للمستوي |  |
| 1. **كتابة تمثيل وسيطي للمستقيم  المار من النقطة  والموازي للشعاع :**  * أي  شعاع توجيه للمستقيم . |  |
| 1. لدينا : 2. **تبيان أن المستويين  و  يتقاطعان وفق المستقيم**  * نعوض جملة التمثيل الوسيطي للمستقيم  في معادلة  نجد :  ومنه . * نعوض جملة التمثيل الوسيطي للمستقيم  في معادلة  نجد :  أي   وبالتالي  محتوى في كل المستويين و  فهما إذن متقاطعان وفق المستقيم . |  |
| 1. **اثبات أنَ  و  ليسا من نفس المستوي :**  * لدينا :  شعاع توجيه للمستقيم * ولدينا  شعاع توجيه للمستقيم . * لدينا :  وبالتالي  و  غير مرتبطين خطيا أي أنَ وغير متوازيين . فهما إما متقاطعان أو ليسا من نفس المستوي .   نحل الجملة  لدينا :  ومنه  أي   * بالتعويض في المعادلة  نجد :  ( مستحيلة ) ومنه  و  ليسا من نفس المستوي . |  |
| 1. لدينا :  و .  * **التحقق من أنَ  :**   نعوض بإحداثيات النقطة  في جملة التمثيل الوسيطي لـ  نجد :  ومنه |  |
| * **التحقق من أنَ  :**   نعوض بإحداثيات النقطة  في جملة التمثيل الوسيطي لـ  نجد :  ومنه |  |
| 1. لدينا : 2. **تعيين معادلة ديكارتية للمجموعة  بدلالة**  * لدينا :  و   معناه  أي  ومنه   * **طبيعة المجموعة  : هي مستو شعاع ناظمي له** |  |
| 1. **تعيين قيمة  بحيث يكون  المستوي المحوري للقطعة  :**  * لدينا  المستوي المحوري للقطعة  معناه  يمر من منتصف  وليكن * إذن * بالتعويض في المعادلة السابقة نجد :   أي  وبالتالي |  |
| التمرين الثالث | 04 نقاط |
| * لدينا :  ومن أجل كل عدد طبيعي ،  1. **حساب :** |  |
| 1. **أ) البرهان بالتراجع على أنَه من أجل كل عدد طبيعي ،**  * نسمي  هذه الخاصية .  1. من أجل  لدينا :   وبالتالي  ومنه  صحيحة من أجل .   1. نفرض صحة  أي نفرض أنَ  ونبرهن على صحة  أي نبرهن أنَ :  * لدينا :  ومنه  إذن   وبالتالي :  أي  ومنه  إذن  ومنه  صحيحة .   1. حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنَ  صحيحة من أجل كل عدد طبيعي |  |
| 1. **البرهان على أنَه من أجل كل عدد طبيعي  ،**  * من أجل كل عدد طبيعي  لدينا : |  |
| * **استنتاج اتجاه تغير المتتالية :** * لدينا :  ومنه  أي   وبالتالي  ومنه  متزايدة . |  |
| 1. لدينا :  من أجل كل عدد طبيعي . 2. **البرهان على أنَ المتتالية  هندسية :**  * لدينا :   أي  ومنه  هندسية أساسها  وحدها الأول |  |
| 1. **تبيان أنَه من أجل كل عدد طبيعي ،**  * لدينا : * حساب  :  لأن |  |
| 1. لدينا :  و  * **حساب  بدلالة :**   أي    وبالتالي  ومنه   * حساب |  |
| التمرين الرابع | 07 نقاط |
| 1. لدينا : |  |
| 1. **دراسة تغيرات الدالة :**  * **حساب النهايات :** * لدينا :  لأن * لدينا : |  |
| * **حساب المشتقة :** |  |
| * **دراسة إشارة المشتقة :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |
| * **جدول التغيرات :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |
| 1. **استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي**  ، :  * من أجل  فان  ومنه |  |
| 1. **لدينا :** 2. **حساب النهايات :**  * لأن * لأن |  |
| 1. **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي** لدينا :  * **لدينا :**   **ومنه** |  |
| * **استنتاج اتجاه تغير الدالة** :إشارة  من إشارة      |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |
| * **جدول تغيرات الدالة** :  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |
| 1. **حساب** : |  |
| * **التفسير الهندسي :**   المستقيم ذي المعادلة  مقارب مائل للمنحني  عند . |  |
| 1. **دراسة الوضعية النسبية للمنحني  بالنسبة إلى**  * **ندرس إشارة الفرق** : * **لدينا :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | | فوق   تحت    يقطع | الوضع النسبي | |  |
| 1. **أ) تبيان أنَ النقطة  نقطة انعطاف للمنحني :**  * لدينا : * جدول إشارة :  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  |  * المشتقة الثانية  تنعدم من أجل  مغيرة إشارتها أي النقطة  نقطة انعطاف للمنحني . |  |
| 1. **تبيان أن المنحني  في نقطة فاصلتها :**  * الدالة  مستمرة ورتيبة تماما على المجال  ولدينا : * و   ومنه   * حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة  تقبل حلا وحيدا  حيث * أي **يقطع**  في النقطة  حيث |  |
| 1. **تبيان أنَ المنحني  يقبل مماسا** **يوازي المستقيم** :   يوازي  معناه معامل توجيه المماس  يساوي  أي  ومنه  وبالتالي :  إذن :  ومنه  أي |  |
| * **كتابة معادلة ديكارتية للمماس** :   أي |  |
| **د) حساب** :    **الرسم** : |  |
| 1. **المناقشة البيانية لحلول المعادلة**   معناه  ومنه  أي   * إذن حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني  **مع المستقيم ذي المعادلة**  الموازي لكل من  و * إذا كان  فان المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا . * إذا كان  المعادلة تقبل حلا معدوما . * إذا كان  المعادلة تقبل حلين موجبين . * إذا كان  المعادلة تقبل حلا وحيدا هو . * إذا كان  فان المعادلة ليس لها حل . |  |
| 1. **تبيان أنَ الدالة  دالة أصلية للدالة  على  والتي تنعدم من أجل القيمة للمتغير :**  * لدينا :   ومن  أي   * ولدينا :   وبالتالي  دالة أصلية للدالة  على  والتي تنعدم من أجل القيمة للمتغير |  |

**تصحيح الإمتحان التجريبي الثاني الشعبة : علوم تجريبية**

|  |  |
| --- | --- |
| التمرين الأول | **05 نقاط** |

|  |  |
| --- | --- |
| لدينا :  و  والمستوي   1. **البرهان على أنَ المثلث  قائم :**  * لدينا :  ،  و   ولدينا :  و  و  إذن :  ومنه المثلث  قائم في النقطة. |  |
| 1. **البرهان على أنَ المستوي عمودي على المستقيم ويمر من النقطة :**  * لدينا :  شعاع ناظمي للمستوي * إذن  ومنه  أي  وبالتالي * نعوض بإحداثيات النقطة  في معادلة نجد :  أي   وبالتالي : **المستوي عمودي على المستقيم ويمر من النقطة** |  |
| 1. **كتابة معادلة ديكارتية للمستوي العمودي على المستقيم والمار من النقطة :**   لدينا :  شعاع ناظمي للمستويوبالتالي معادلة للمستويمن الشكل :   * تعيين قيمة  نعوض بإحداثيات النقطة  نجد :   ومنه  وبالتالي معادلة للمستوي :  أي |  |
| 1. **كتابة تمثيل وسيطي لـ** **مستقيم تقاطع المستويين** و :  * لدينا :  أي  وبالتالي  إذن : * نضع :  وبالتالي : |  |
| 1. **أ) تبيان أن المستقيم  عمودي على المستوي**  * **لدينا :  وبالتالي** إذن : * ومنه * ومنه * **وبالتالي المستقيم  عمودي على المستوي** |  |
| 1. **حساب حجم رباعي الوجوه** :      * لدينا :  و * أي |  |
| 1. **تبيان أنَ قيس الزاوية**  هو :  * لدينا : و   وبالتالي :   * ولدينا :   أي  ومنه |  |
| **د) حساب مساحة المثلث** :  **-**  **- استنتاج المسافة بين النقطة**  والمستوي :  **لدينا :**  **ومنه** |  |
| التمرين الثاني | **04 نقاط** |
| * لدينا :  و  1. **كتابة العددين  على الشكل الأسي :**  * لدينا : * نضع :  إذن  ومنه   وبالتالي : |  |
| * لدينا : * نضع :  إذن  ومنه * وبالتالي : |  |
| 1. لدينا : 2. **البرهان على أنَ المثلث  قائم ومتساوي الساقين :**  * لدينا : * ومنه  أي  و   أي أنَ المثلث  قائم ومتساوي الساقين |  |
| 1. **استنتاج أنَ الرباعي  مربع :**  * لدينا :   و  أي أنَ  ومنه الرباعي  متوازي أضلاع .   * ولدينا :  مثلث قائم ومتساوي الساقين   وبالتالي  مربع . |  |
| 1. **أ) تبيان أنَ** :  * **لدينا :**   **ومنه**   * **تبيان أنَ** : * لدينا :   ومنه |  |
| 1. **تعيين القيمتين المضبوطتين لكل من  و :**  * لدينا : |  |
| * ولدينا :   بالمطابقة نجد :    و |  |
| **ج) حساب :**    أي |  |
| **د) تعيين قيم العدد الطبيعي  بحيث يكون ،حقيقيا :**  حقيقيا معناه  حقيقيا  ومنه  وبالتالي  أي  إذن  ومنه  وبالتالي |  |
| التمرين الثالث | **04 نقاط** |

|  |  |
| --- | --- |
| * لدينا :  ومن أجل كل عدد طبيعي،  1. **التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي،**  * لدينا : ومنه : |  |
| 1. **أ) البرهان على أنه من أجل كل عدد طبيعي ،**   نسمي  هذه الخاصية .   1. من أجل  لدينا :  و  أي   اذن  صحيحة من أجل .   1. نفرض صحة  أي نفرض أنَ :  ونبرهن صحة  أي نبرهن أنَ : .  * لدينا :  ومنه  أي   وبالتالي  إذن  وأخيرا :  أي  ومنه  صحيحة .   1. حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فان  صحيحة من أجل كل عدد طبيعي . |  |
| 1. **التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي  ،**  * لدينا :  . * **تبيان أن المتتالية  متزايدة :**   ندرس اشارة الفرق :   * لدينا :   ولدينا :  ومنه  أي  وبالتالي :   * ولدينا :  ومنه * أي  وبالتالي المتتالية  متزايدة. |  |
| ج) **دراسة تقارب المتتالية :**  متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد  فهي متقاربة وتتقارب من العدد .   * **تعيين نهاية المتتالية :** |  |
| 1. لدينا من أجل كل عدد طبيعي : 2. **اثبات أن المتتالية  هندسية :**  * لدينا :   أي  ومنه  هندسية أساسها  وحدها الأول |  |
| 1. **حساب عبارة الحد العام  بدلالة  :**  * لدينا : * **استنتاج أنَ :** * لدينا :  ومنه  أي * ومنه  وبالتالي :   إذن :  ومنه  أي |  |
| * حساب  : |  |
| التمرين الرابع | 07 نقاط |
| * **الجزء الأول :** * لدينا :  1. **دراسة تغيرات الدالة :**  * **حساب النهايات :** * لأنَ * لأنَ |  |
| * **حساب المشتقة :** |  |
| * **دراسة إشارة المشتقة :**  |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | |  | |  |  |  | |  |
| * **جدول التغيرات :**  |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | |  | |  |  |  | |  |  |  | |  |
| 1. **استنتاج إشارة** :  |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | |  | |  |  |  | |  |
| * **الجزء الثاني :** * لدينا :  1. **أ) حساب النهايات :**  * لأن * لأنَ : |  |
| 1. **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي** ، :  * **لدينا :**   **اي** |  |
| 1. **استنتاج اتجاه تغير الدالة**  : بما أنَ  فإنَ  |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | |  | |  |  |  | |  |
| * **جدول تغيرات الدالة** :  |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | |  | |  |  |  | |  |  |  | |  |
| 1. **أ) تبيان أنَ المستقيم  مقارب مائل للمنحني  عند :**  * لدينا :   إذن  ومنه المستقيم  مقارب مائل للمنحني  عند . |  |
| 1. **دراسة الوضعية النسبية للمنحني  بالنسبة إلى :**   ندرس إشارة الفرق .     * **جدول إشارة الفرق :**   معناه  ومنه  أي  وبالتالي   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | |  | | |  |  | |  | | |  |  | |  | | | تحت   فوق  يقطع | | الوضع النسبي | | |  |
| **ج) تبيان أنَ المعادلة  تقبل حلا وحيدا  حيث :**   * لدينا  مستمرة ورتيبة تماما على المجال * ولدينا :   و  أي أنَ  حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة المعادلة  تقبل حلا وحيدا  حيث |  |
| **د) تبيان أنَ المنحني  يقبل مماسا  يوازي :**   * يوازي  معناه معامل توجيه  يساوي  أي   ومنه  أي  وبالتالي  إذن  ومنه   * مماس للمنحني  عند النقطة ذات الفاصلة |  |
| * **كتابة معادلة ديكارتية للمماس** :     أي |  |
| * **الرسم :** |  |
| 1. **المناقشة البيانية لحلول المعادلة :**  * حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني  مع المستقيم ذي المعادلة  الموازي لكل من و * إذا كان  المعادلة ليس لها حل . * إذا كان  المعادلة تقبل حلا هو . * إذا كان  المعادلة تقبل حلين موجبين . * إذا كان  المعادلة تقبل حلا موجبا . |  |

تصحيح الإمتحان التجريبي الثالث الشعبة : رياضيات

|  |  |
| --- | --- |
| **الإجابة** | **العلامة** |
|  | |
| **التمرين الأول** | **04 نقاط** |
| لدينا :  و   1. تبيان أنَ  يحقق :  * لدينا : أي * ولدينا :   أي   * **إذن :**   **اي**  ومنه |  |
| 1. تبيان أن العدد قاسم للعدد :  * لدينا : * لدينا :  و  ومنه  حسب مبرهنة غوص . |  |
| 1. نفرض . 2. تبيان أن :  * لدينا :  ومنه * ولدينا :   ومنه |  |
| 1. استنتاج أن العدد  يقسم العدد :  * لدينا :   و  ومنه حسب مبرهنة غوص .   * استنتاج قيمة  :   بما أن  فان :  ولدينا :  أي أنَ : .   * استنتاج قيمة العدد :   لدينا :  ومنه  أي |  |
| 1. كتابة العددفي نظام التعداد : |  |
| * **التمرين الثاني** | **04 نقاط** |
| * لدينا :  من أجل  1. **أ) التحقق من أنَ :**  * لدينا : |  |
| **ب) تبيان أنه إذا كانت  تنتمي إلى محور القطعة  فان تنتمي الى دائرة:**   * لدينا :  تنتمي إلى محور القطعة  معناه * ولدينا :  أي * إذن  ومنه  تنتمي إلى دائرة  مركزها  ونصف قطرها |  |
| ج) **تعيين طبيعة المجموعة  بحيث يكون  تخيليا صرفا :**   * تخيلي صرف معناه * ومنه  أي   معناه :  ومنه  أي   * المجموعة هي المستقيم  ماعدا النقطتين و . |  |
| 1. **أ) التحقق من أنَ :**  * لدينا :  أي |  |
| **ب**) **استنتاج أنَ : :**   * لدينا :  ومنه  أي   وبالتالي :  ومنه |  |
| * **استنتاج أنَ :**   لدينا :  ومنه  أي  ومنه  اي |  |
| **ج) تبيان أنه إذا كانت النقطة**  **تنتمي إلى الدائرة**  **ذات المركز**  **ونصف القطر**  **فان النقطة** **تنتمي إلى مجموعة يطلب تعيينها :**   * لدينا :  تنتمي إلى الدائرة  ذات المركز  ونصف القطر  معناه * ولدينا :   أي  ومنه  تنتمي إلى دائرة مركزها  ونصف قطرها |  |
| 1. لدينا **:** 2. **تبيان أن النقطة  تنتمي إلى المجموعة :**  * **لدينا :**  ومنه |  |
| * **تبيان أن :  :**   لدينا :  وبالتالي :  أي |  |
| 1. **انشاء النقطة  المرفقة بالنقطة :**   **لدينا :**  ومنه  تنتمي إلى الدائرة  ذات المركز  ونصف القطر  حيث :  أي  ومنه  **الرسم :** |  |
| **التمرين الثالث** | **نقاط** |
| * لدينا :  ومن أجل كل عدد طبيعي،  1. **التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي،**  * لدينا : ومنه : |  |
| 1. **أ) البرهان على أنه من أجل كل عدد طبيعي ،**   نسمي  هذه الخاصية .   1. من أجل  لدينا :  و  أي   اذن  صحيحة من أجل .   1. نفرض صحة  أي نفرض أنَ :  ونبرهن صحة  أي نبرهن أنَ : .  * لدينا :  ومنه  أي   وبالتالي  إذن  وأخيرا :  أي  ومنه  صحيحة .   1. حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فان  صحيحة من أجل كل عدد طبيعي . |  |
| 1. **التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي  ،**  * لدينا :  . * **تبيان أن المتتالية  متزايدة :**   ندرس اشارة الفرق :   * لدينا :   ولدينا :  ومنه  أي  وبالتالي :   * ولدينا :  ومنه * أي  وبالتالي المتتالية  متزايدة. |  |
| ج) **دراسة تقارب المتتالية :**  متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد  فهي متقاربة وتتقارب من العدد .   * **تعيين نهاية المتتالية :** |  |
| 1. لدينا من أجل كل عدد طبيعي : 2. **اثبات أن المتتالية  هندسية :**  * لدينا :   أي  ومنه  هندسية أساسها  وحدها الأول |  |
| 1. **حساب عبارة الحد العام  بدلالة  :**  * لدينا : * **استنتاج أنَ :** * لدينا :  ومنه  أي * ومنه  وبالتالي :   إذن :  ومنه  أي |  |
| * حساب  : |  |
| **التمرين الرابع** | **07 نقاط** |
| 1. لدينا : 2. **حساب النهايات :**  * **حساب  :**   لانَ   * **التفسير الهندسي** :  مستقيم مقارب أفقي للمنحني  بجوار |  |
| * **حساب  :**   لأنَ |  |
| 1. **تبيان أنَ**  * لدينا :   أي |  |
| * **استنتاج اتجاه تغير الدالة :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |
| * **جدول التغيرات :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |
| 1. **تبيان أنَه من أجل كل عدد حقيقي :**  * لدينا :  ومنه :  أي |  |
| 1. أ) **حساب  :**  * لدينا :   ومنه  لانَ   * **تفسير النتيجة :** المستقيم ذي المعادلة  مقارب مائل للمنحني  عند . |  |
| 1. **الرسم :** |  |
| |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  |  1. **استنتاج اشارة  :** |  |
| 1. لدينا : 2. **البرهان أنَ :**  * نضع  وبالتالي عندما  فانَ :   إذن  أي |  |
| * **حساب :** |  |
| 1. **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي ، :**  * لدينا :   أي |  |
| * **استنتاج اتجاه تغير الدالة :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  |   اشارة  من إشارة |  |
| * **جدول تغيرات الدالة :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |
| 1. **التحقق من أنه من أجل كل عدد حقيقي  :**  * من أجل كل عدد حقيقي لدينا : * حساب :     أي |  |
| 1. **حساب : بالمكاملة بالتجزئة**     نضع :  ومنه  و  ومنه  إذن :  أي  إذن |  |

**تصحيح الإمتحان التجريبي الرابع الشعبة: رياضيات**

|  |  |
| --- | --- |
| الإجابة | العلامة |
| **التمرين الأول :** | **04 نقاط** |
| * لدينا :  ،  و   حيث  و   1. **كتابة الأعداد  و  على الشكل المثلثي :**  * لدينا : |  |
| 1. **أ) تعيين العددين الحقيقيين  و  بحيث يكون :**  * لدينا : * معناه   ومنه :  أي  وبالتالي :  إذن  من أجل  نجد :  ( مقبول لأنَ )  من أجل  نجد ( مرفوض)  معناه |  |
| **ب) تعيين قيم العدد الطبيعي بحيث يكون العدد  حقيقيا :**   * لدينا : |  |
| اي   * إذن  حقيقي معناه  أي   وبالتالي : |  |
| 1. لدينا : و  * إذن :  ،  1. **تعيين  لاحقة النقطة  مرجح الجملة المثقلة**  * **لد**ينا : |  |
| 1. **تعيين طبيعة المجموعة :**  * لدينا :  معناه   ومنه  أي  وبالتالي  هي دائرة مركزها النقطة  ونصف قطرها |  |
| التمرين الثاني | **04 نقاط** |
| لدينا :   1. **أ) اثبات أنه إذا كانت الثنائية  حل للمعادلة  فإن  مضاعف للعدد :**  * لدينا :  تكافئ   أي   * لدينا :  و  فإن  حسب مبرهنة غوص أي  مضاعف للعدد |  |
| 1. **تعيين حل خاص للمعادلة  :**  * نفرض  وبالتالي :  أي الثنائية حل للمعادلة |  |
| * **حل المعادلة:** لدينا :  يكافئ   أي   * لدينا :  و  فإن  حسب مبرهنة غوص .   أي  وبالتالي   * من أجل  نعوض في المعادلة نجد :   ومنه  أي   * مجموعة حلول المعادلة : |  |
| **ج) استنتاج حلول الجملة :**   * تكافئ   أي  ومنه  ومنه :  وبالتالي |  |
| **2**- لدينا : و   * **تعيين  بحيث تكون  حل للمعادلة :** * لدينا :   ولدينا :  مع  و   * **الثنائية حل للمعادلة  معناه**   ومنه  اي  ومنه  بعد تقسيم الطرفين على العددنجد :  وبالتالي حل للمعادلة |  |
| **التمرين الثالث** | **04 نقاط** |
| لدينا :  و  والمستوي   1. **البرهان على أنَ المثلث  قائم :**  * لدينا :  ،  و   ولدينا :  و  و  إذن :  ومنه المثلث  قائم في النقطة. |  |
| 1. **البرهان على أنَ المستوي عمودي على المستقيم ويمر من النقطة :**  * لدينا :  شعاع ناظمي للمستوي * إذن  ومنه  أي  وبالتالي * نعوض بإحداثيات النقطة  في معادلة نجد :  أي   وبالتالي : **المستوي عمودي على المستقيم ويمر من النقطة** |  |
| 1. **كتابة معادلة ديكارتية للمستوي العمودي على المستقيم والمار من النقطة :**   لدينا :  شعاع ناظمي للمستويوبالتالي معادلة للمستويمن الشكل :   * تعيين قيمة  نعوض بإحداثيات النقطة  نجد :   ومنه  وبالتالي معادلة للمستوي :  أي |  |
| 1. **كتابة تمثيل وسيطي لـ** **مستقيم تقاطع المستويين** و :  * لدينا :  أي  وبالتالي  إذن : * نضع :  وبالتالي : |  |
| 1. **أ) تبيان أن المستقيم  عمودي على المستوي**  * **لدينا :  وبالتالي** إذن : * ومنه * ومنه * **وبالتالي المستقيم  عمودي على المستوي** |  |
| 1. **حساب حجم رباعي الوجوه** :      * لدينا :  و * أي |  |
| 1. **تبيان أنَ قيس الزاوية**  هو :  * لدينا : و   وبالتالي :   * ولدينا :   أي  ومنه |  |
| **د) حساب مساحة المثلث** :  **-**  **- استنتاج المسافة بين النقطة**  والمستوي :  **لدينا :**  **ومنه** |  |
| **التمرين الرابع** | **08 نقاط** |
| 1. **لدينا :** 2. **أ) حساب** :  * لانَ : |  |
| * **تبيان أنَ :** :   لدينا **:**  أي  لأن |  |
| 1. **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي** : :  * **لدينا :**   **وبالتالي :** |  |
| 1. **استنتاج اتجاه تغير الدالة**  :  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |
| * **جدول التغيرات :**  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |
| 1. **تبيان أنَ المستقيم  ذي المعادلة  مقارب مائل لـ  عند :**  * لدينا :   ومنه  مستقيم مقارب مائل للمنحني  عند |  |
| * **دراسة الوضعية النسبية للمنحني  بالنسبة إلى المستقيم :**   لدينا :  إذن  ومنه  يقع تحت المستقيم من أجل كل عدد حقيقي |  |
| 1. **تبيان أن المعادلة  تقبل حلا وحيدا  حيث :**  * **لدينا**  مستمرة ورتيبة تماما على المجال   **ولدينا**  وبالتالي  حسب مبرهنة ال قيم المتوسطة المعادلة  تقبل حلا وحيدا  حيث . |  |
| 1. **كتابة معادلة ديكارتية للمماس  للمنحني  عند النقطة ذات الفاصلة :**     أي |  |
| 1. **تبيان أنَ** :  * لدينا **:**   أي .   * **استنتاج أنَ  يقبل نقطتي انعطاف :** * جدول إشارة :  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  |  * **المشتقة الثانية**  تنعدم من أجل القيمتين  و  مغيرة إشارتها إذن النقطتين  نقطتي انعطاف للمنحني |  |
| 1. **حساب** :   **الرسم :**     1. **المناقشة البيانية لحلول المعادلة :**  * هي فواصل نقط تقاطع المنحني  مع المستقيم ذي المعادلة  الموازي لكل من و  . * إذا كان  المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا . * إذا كان  المعادلة تقبل حلا وحيدا معدوما . * إذا كان  المعادلة تقبل حلا وحيدا موجبا . * إذا كان  المعادلة ليس لها حلا . |  |
| 1. من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  نضع : 2. **أ) تبيان أنَ الدالة  المعرفة على  بـ :  هي دالة أصلية للدالة حيث  على المجموعة :**  * لدينا :   ومنه  دالة أصلية للدالة  على . |  |
| 1. **حساب** :  * لدينا : |  |
| 1. **أ) تبيان أنَ**  * لدينا :   نضع :  ومنه  ونضع :  ومنه  وبالتالي :  ومنه : |  |
| 1. **حساب** : |  |
| 1. **حساب المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحني والمستقيم والمستقيمين الذين معادلتيهما :**     أي |  |